

Lösungen:

| | | Punkte |
|---|--|--------|
| 1 | <p>Begründen Sie, daß ein Polynom dritten Grades eine Nullstelle haben muß.</p> <p>Ein Polynom dritten Grades geht entweder vom II. in den IV. Quadranten oder vom III. in den I. Quadranten. Sie geht also in dem Falle von einem Quadranten über der x-Achse zu einem unter der x-Achse oder umgekehrt. Das kann sie aber nur machen, wenn sie die x-Achse schneidet, also eine Nullstelle hat.</p> | 2 |
| 2 | <p>Für eine Funktion gelten folgende Bedingungen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung. Bestimmen Sie ihre Achsenschnittstellen, Extremwerte und Wendepunkte und zeichnen Sie die Funktion.</p> <p>Hinweis: Für die Extremwerte reichen Taschenrechnerangaben ohne Polynomdivision.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Grad 4 - an der Nullstelle $\frac{1}{2}$ die Steigung 1 - schneidet die y-Achse mit der Steigung $-\frac{3}{4}$ <ul style="list-style-type: none"> - Nullstelle bei -1 - an der Stelle $x = \frac{1}{8}$ die Steigung -1 <p>L :</p> $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 ;$ $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ $f'(0) = -\frac{3}{4}$ $f(-1) = 0$ $f'\left(\frac{1}{8}\right) = -1$ $\frac{1}{16}a + \frac{1}{8}b + \frac{1}{4}c + \frac{1}{2}d + e = 0$ $\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}b + c + d = 1$ $d = -\frac{3}{4}$ $a - b + c - d + e = 0$ $\frac{1}{128}a + \frac{3}{64}b + \frac{1}{4}c + d = -1$ | 31 |

$$a = \frac{62}{21};$$

$$b = \frac{17}{7};$$

$$c = \frac{-65}{42};$$

$$d = \frac{-3}{4};$$

$$e = \frac{23}{84};$$

$$f(x) = \frac{62}{21}x^4 + \frac{17}{7}x^3 - \frac{65}{42}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{23}{84}$$

Achsenchnittstellen:

$$x_1 = -1;$$

$$x_2 = \frac{1}{2};$$

$$x_3 = 0,2986;$$

$$x_4 = -0,6212$$

$$y_s = \frac{23}{84};$$

Extremwerte:

$$x_{E1} = (0,4078; -0,0431) \quad \text{Min.}$$

$$x_{E2} = (-0,1856; 0,3477) \quad \text{Max.}$$

$$x_{E3} = (-0,8391; -0,1577) \quad \text{Min.}$$

Wendepunkte:

$$x_{W1} = (0,1544; 0,1317)$$

$$x_{W2} = (-0,5657; 0,0655)$$

Zu 2)

